

令和8年度 専攻科学生選抜学力試験問題用紙 数学

1 次の式を因数分解せよ。

$$6x^3 - x^2 - 5x + 2$$

2 次の関数の最小値を求めよ。また、そのときの  $x$  の値を求めよ。

$$y = 2^{2x+1} - 2^x + 1$$

3 次の問いに答えよ。

- (1) 24 の約数の個数を求めよ。
- (2) 2025 の約数の個数を求めよ。

4 次の極限值を求めよ。

(1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 3x} - x)$

(2)  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\tan 3\theta}{\sin \theta}$

(3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{e^x}$

5 関数  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$  について、次の問いに答えよ。

- (1) 導関数  $f'(x)$ ,  $f''(x)$  を求めよ。
- (2)  $x=0$  における 2 次近似式を求め、ランダウの記号を用いた等式で表せ。
- (3)  $x=0$  における 2 次近似式を用いて、 $\sqrt{0.99}$  の近似値を求めよ。

6 次の問いに答えよ。

- (1)  $xy$  平面上で、曲線  $y = x^2$  と直線  $y = x$  で囲まれた領域を  $D$  とするとき、次の 2 重積分の値を求めよ。

$$\iint_D x^2 y \, dx dy$$

- (2) 不等式  $1 \leq x^2 + y^2 \leq 9$  で表される領域を  $D$  とするとき、次の 2 重積分の値を求めよ。

$$\iint_D \sqrt[3]{9-x^2-y^2} \, dx dy$$

7 4 点  $A(2, -1, 0)$ ,  $B(4, -2, 1)$ ,  $C(3, -3, -1)$ ,  $D(-1, -1, 1)$  について、次の問いに答えよ。

- (1) 2 つのベクトル  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$  の成分表示と大きさを求めよ。
- (2) 内積  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$  の値を求めよ。
- (3)  $\vec{AB}$  と  $\vec{AC}$  のなす角  $\theta$  を求めよ。
- (4) 四面体  $ABCD$  の体積  $V$  を求めよ。ただし、3 点  $A, B, C$  が平面  $x + y - z - 1 = 0$  上にあることは認めてよい。

8 行列  $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$  について、次の問いに答えよ。

- (1)  $A^2, A^3, A^6$  を求めよ。
- (2)  $A^{2025}$  を求めよ。

以下は選択問題である。「9」および「10」または「11」および「12」のうちいずれか一組を選択し解答せよ。

9 ベクトル場  $\mathbf{a} = \left( \frac{1}{x^2+y}, \frac{y}{x^2+y}, -\frac{z}{x^2+y} \right)$  について、次の問いに答えよ。

- (1)  $\mathbf{a}$  の発散を求めよ。
- (2)  $\mathbf{a}$  の回転を求めよ。

10 次の問いに答えよ。

- (1) 曲線  $C: \mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t, t)$  ( $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ ) に沿うベクトル場  $\mathbf{a} = (-x^2, xy, e^z)$  の線積分の値を求めよ。
- (2) 原点  $O$  と 2 点  $(1, 0)$ ,  $(0, 1)$  を順に結んでできる三角形の周を  $C$  とするとき、次の線積分の値を求めよ。

$$\int_C \{(x^2 - y^2) dx + xy dy\}$$

11 4 人がじゃんけんを 1 回するとき、次の確率を求めよ。

- (1) 1 人だけ負ける確率
- (2) あいこになる確率

12  $a$  を定数とする。確率変数  $X$  の確率密度関数  $f(x)$  が

$$f(x) = \begin{cases} a\sqrt{x} & (0 \leq x \leq 1) \\ 0 & (x < 0, x > 1) \end{cases}$$

で与えられるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 定数  $a$  の値を求めよ。
- (2)  $X$  の平均  $E[X]$  を求めよ。