

令和6年度 専攻科学生選抜学力試験問題用紙 数学

- 1 次の式を因数分解せよ。

$$4x^3 + 7x^2 - 14x + 3$$

- 2 次の不等式を解け。

$$2\log_3(x-1) - \log_3(x+5) < 1$$

- 3 次の三角関数の値を求めよ。

(1)  $\sin 105^\circ$

(2)  $\cos \frac{\pi}{12}$

- 4 次の不定積分を求めよ。

(1)  $\int \frac{x}{\sqrt{2x-1}} dx$

(2)  $\int e^{3x} \sin x dx$

- 5  $z = x^4 + y^3 + 32x - 9y$  の極値を求めよ。

- 6  $x$  を  $t$  の関数とするとき、次の微分方程式の一般解を求めよ。

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} + 5x = 5t^2 - t + 1$$

- 7 2点  $A(1, -3, 4)$ ,  $B(3, -1, 5)$  を通る直線  $l$  について、次の問いに答えよ。

- (1) 直線  $l$  の方程式を求めよ。

- (2) 空間内の点を  $z$  軸のまわりに  $\theta$  だけ回転させる線形変換は、行列

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

で表される。直線  $l$  を  $z$  軸のまわりに  $\frac{3}{4}\pi$  回転させたときにできる図形の方程式を求めよ。

- 8 行列  $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$  について、次の問いに答えよ。

- (1) 行列  $A$  の固有値と固有ベクトルを求めよ。

- (2) 行列  $A$  を対角化せよ。そのときの対角化行列も求めよ。

- (3)  $A^n$  を求めよ。 ( $n = 1, 2, \dots$ )

以下は選択問題である。「9」および「10」または「11」および「12」のうちいずれか一組を選択し解答せよ。

9 次の問いに答えよ。

- (1) 曲線  $C: \mathbf{r}(t) = (\cos 2t, \sin 2t, 1)$  ( $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ ) に沿うスカラー場  $\varphi = x + y + z$  の線積分  $\int_C \varphi ds$  の値を求めよ。
- (2) 曲線  $C: \mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t, t)$  ( $0 \leq t \leq \pi$ ) に沿うベクトル場  $\mathbf{a} = (-y^2, xy, -z)$  の線積分の値を求めよ。

10  $0 \leq u \leq \pi, 0 \leq v \leq 2\pi$  を定義域とするベクトル関数  $\mathbf{r}(u, v) = (\sin u \cos v, \sin u \sin v, \cos u)$  の表す曲面を  $S$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v}$  を求めよ。
- (2) 曲面  $S$  の面積を求めよ。

11 連続型確率変数  $X$  の確率密度関数が正の定数  $a$  を用いて

$$f(x) = \begin{cases} ae^{-ax} & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$$

で表されるとき、 $X$  はパラメータ  $a$  の指数分布に従うという。次の問いに答えよ。

- (1) 連続型確率変数  $X$  がパラメータ  $a$  の指数分布に従うとき、 $X$  の平均  $E[X]$  を求めよ。
- (2) ある製品が故障するまでの年数は平均 10 年の指数分布に従うという。この製品が 5 年以上 10 年以内に故障する確率を求めよ。

12 下の表は標準正規分布  $N(0, 1)$  の分布関数の値の近似値を表した正規分布表である。

$z$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

正規分布表を利用して、次の問いに答えよ。

- (1)  $Z$  を標準正規分布に従う確率変数とする。このとき、確率  $P(Z \leq -1.05)$  の値を求めよ。
- (2)  $X$  を正規分布  $N(10, 5^2)$  に従う確率変数とする。このとき、確率  $P(8.55 \leq X \leq 18.65)$  の値を求めよ。
- (3) 測定器具を用いてある製品の重さを測るときの誤差は、平均 0、標準偏差 0.4 g の正規分布に従うことが知られている。この器具による 1 回の測定の誤差が 0.2 g 以内となる確率を求めよ。