

令和3年度 専攻科学生選抜学力試験問題用紙 数学

- 1 次の式を因数分解せよ。

$$5x^3 - 16x^2 + 13x - 2$$

- 2 次の方程式を解け。

$$\log_3 x + \log_3(x - 8) = 2$$

- 3 $0 \leq x < 2\pi$ のとき、次の不等式を解け。

$$2\sin(x - \pi) - \sqrt{3} < 0$$

- 4 次の極限值を求めよ。

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x - 1}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4x^2 + 3x} - 2x \right)$$

5 次の不定積分を求めよ。

(1) $\int (1 + \cos x)^3 \sin x \, dx$

(2) $\int \frac{x+5}{(x-1)(x+2)} \, dx$

6 次の微分方程式の一般解を求めよ。

(1) $\frac{dx}{dt} - 3t^2x = 0$

(2) $\frac{dx}{dt} - 3t^2x = 3t^2$

7 ベクトル $\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ をそれぞれ $\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ に移す線形変換を表す行列を A とする。
このとき、次の問いに答えよ。

(1) 行列 A を求めよ。

(2) 行列 A で表される線形変換を f とするとき、直線 $3x - y = 1$ の f による像を求めよ。

8 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えよ。

(1) 行列 A の固有値と固有ベクトルを求めよ。

(2) 行列 A を対角化せよ。そのときの対角化行列も求めよ。

以下は選択問題である。「9」および「10」または「11」および「12」または「13」および「14」のうちいずれか一組を選択し解答せよ。

9 次の問いに答えよ。

- (1) ベクトル場 $\mathbf{a} = (-e^{2z}, \cos(x-y), \log(xz))$ について、 $\mathbf{a}$ の回転 $\nabla \times \mathbf{a}$ を求めよ。
- (2) スカラー場 $\varphi = x^2yz + 2xy^2$ について、 φ^3 の勾配 $\nabla(\varphi^3)$ における点 $P(1, 1, -1)$ に対応するベクトルを求めよ。

10 ベクトル関数 $\mathbf{r} = (u, v, 1-u-v)$ ($0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 1-u$) の表す曲面 S について、次の問いに答えよ。

- (1) 曲面 S の面積を求めよ。
- (2) スカラー場 $\varphi = x + y^2$ の S 上の面積分の値を求めよ。

11 次の問いに答えよ。

- (1) $(1+i)^{10}$ を計算せよ。
- (2) $z^6 = 64$ を満たす複素数 z をすべて求めよ。

12 次の複素積分の値を求めよ。ただし、 C は () 内の表す曲線とする。

(1) $\int_C \frac{1}{z^2 + 3} dz$

(C : 原点を中心とする単位円の上半分に沿って点 -1 から点 1 に至る曲線)

(2) $\int_C \frac{z^3}{z+i} dz$ ($C : |z| = 2$)

13 確率変数 X の確率密度関数 $f(x)$ が

$$f(x) = \begin{cases} k(1-x) & (-2 \leq x \leq 1) \\ 0 & (x < -2, 1 < x) \end{cases}$$

で与えられるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 定数 k の値を求めよ。
- (2) 確率 $P(-1 \leq X \leq 2)$ を求めよ。
- (3) 平均 $E[X]$ を求めよ。

- 14 下の表は標準正規分布 $N(0, 1)$ の分布関数の値の近似値を表した正規分布表である。

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

正規分布表を利用して、次の問いに答えよ。

- (1) 標準正規分布に従う確率変数 Z について、確率 $P(-2.35 \leq Z \leq 1.24)$ の値を求めよ。
- (2) 正規分布 $N(5, 3^2)$ に従う確率変数 X について、確率 $P(X \leq 2.6)$ の値を求めよ。
- (3) ある学校の試験を 1000 人の学生が受験した。100 点満点の試験で、平均点が 61.25 点、標準偏差が 15 点であった。この試験の得点 X の分布が正規分布 $N(61.25, 15^2)$ に従うとすると、80 点以上の学生は何人いると考えられるか。