

令和5年度 専攻科学生選抜学力試験問題用紙 数学

- 1 3次方程式 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$ の3つの解を α, β, γ とする。次の問いに答えよ。

- (1) 3つの解の和 $\alpha + \beta + \gamma$ の値を求めよ。
- (2) 3つの解の積 $\alpha\beta\gamma$ の値を求めよ。

- 2 次の方程式を解け。

$$\log_2(x-3) + 2\log_4(x-4) = 1$$

- 3 $0 < x < 2\pi$ のとき、次の不等式を解け。

$$\cos x - \cos 2x > 0$$

- 4 関数 $f(x) = x \log x$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = f(x)$ を微分せよ。
- (2) 関数 $y = f(x)$ のグラフの $x = e^2$ における接線の方程式を求めよ。
- (3) 定積分 $\int_1^e f(x) dx$ の値を求めよ。

- 5 D を xy 平面上の連立不等式 $x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0$ で表される領域とすると、次の2重積分の値を求めよ。

$$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$$

- 6 x を t の関数とすると、次の微分方程式の一般解を求めよ。

$$\frac{dx}{dt} + x \tan t = 1 - \sin^2 t$$

- 7 点 $(1, -2, -1)$ を通り、平面 $3x + 2y - 6z + 1 = 0$ に平行な平面 π について、次の問いに答えよ。

- (1) 平面 π の方程式を求めよ。
- (2) 平面 π と平面 $x - 4y - 9z + 3 = 0$ のなす角を求めよ。

- 8 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 行列 A の固有値と固有ベクトルを求めよ。
- (2) 行列 A を対角化せよ。

以下は選択問題である。「9」および「10」または「11」および「12」のうちいずれか一組を選択し解答せよ。

- 9 曲線 C が $\mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t, t)$ ($0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}$) で表されるとき、スカラー場 $\varphi = xyz$ について、 $\int_C \nabla \varphi \cdot d\mathbf{r}$ を求めよ。

- 10 $D: 0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 1$ を定義域とするベクトル関数 $\mathbf{r}(u, v) = (u, v, u^2 - v^2)$ の表す曲面を S とする。次の問いに答えよ。

- (1) $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v}$ を求めよ。
- (2) S の単位法線ベクトル $\mathbf{n}$ の z 成分を正にとるとき、ベクトル場 $\mathbf{a} = (xy, y^2 + z, -z + x^2)$ の S 上の面積分の値を求めよ。

- 11 さいころを5回投げるとき、次の確率を求めよ。

- (1) 偶数の目が2回出る確率
- (2) 出る目の積が3の倍数となる確率

- 12 確率変数 X の確率密度関数 $f(x)$ が

$$f(x) = \begin{cases} kx(3-x) & (0 \leq x \leq 3) \\ 0 & (x < 0, 3 < x) \end{cases}$$

で与えられるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 定数 k の値を求めよ。
- (2) 確率 $P(-2 \leq X \leq 1)$ を求めよ。
- (3) X の平均 $E[X]$ と分散 $V[X]$ をそれぞれ求めよ。